

1. Incertesa en el raonament

En els capítols anteriors ens hem dedicat al problema general de la representació del coneixement, en els problemes d'intel·ligència artificial és habitual que es donin situacions d'imprecisió o de desconeixement de certes parts del coneixement, aquest fet no ha d'impedir dur a terme una tasca fins al final, assumint evidentment el risc que això pugui suposar d'equivocar-se.

Hem vist en alguns problemes com la classificació d'objectes o la correspondència de patrons, en els que la decisió sobre la pertinença a una classe o la similitud entre dos patrons no és sempre una mesura exacta, aleshores hem fet servir mesures de similitud per no dependre de la imprecisió inherent en aquests problemes.

Per altra banda, en els problemes de cerca hem pres decisions sobre quines alternatives semblen millors mitjançant funcions heurístiques que ajuden a prendre una decisió que té com objectiu resoldre el problema més eficientment, ja que estem parlant de complexitats exponencials.

En aquest capítol tractarem la representació de la incertesa en la veritat o falsetat d'alguns fets i com aquesta es pot propagar de manera més o menys coherent en el raonament. Aquesta incertesa pot ser deguda a imprecisió en la definició, o per manca de dades, el que és cert és que en la vida real, no sempre es compleix que les coses són només certes o falses, sinó que moltes vegades hi associem un grau de certesa o de falsetat.

Veurem tres alternatives per a la representació de la incertesa en el raonament:

- Ús de factors de certesa.
- Ús de probabilitats.
- Ús de conjunts difusos.

En els tres casos ens centrarem en una sola regla d'inferència, el Modus Ponens. Per tant, podem veure aquest capítol com una extensió dels sistemes basats en regles que hem vist en el capítol anterior.

1.1 Factors de Certesa

L'ús de factors de certesa per a la representació de la incertesa és basa en una aproximació definida quan es va construir el sistema expert *MYCIN* a la Universitat d'Stanford, aquest sistema es va especialitzar en el diagnòstic d'infeccions bacterianes i en la prescripció de teràpies per combatre-les.

La crítica habitual a aquest model es basa en el fet que és un model adhoc per solucionar aquest problema i li falta fonament teòric que permeti assegurar millor la coherència en el raonament. De totes maneres és un model senzill i molt

intuitiu que des d'un punt de vista pedagògic ens pot ajudar a introduir-nos en el problema.

En aquest model es parteix de l'assignació d'un valor de certesa a les regles i als fets, i que denotarem com:

Regla: Si <Antecedent> llavors <Consequent> amb $FC=X$
Fet: <Predicat> amb $FC=Y$

Els factors de certesa dels fets s'assignen en funció del grau de certesa que assigna l'expert a una determinada evidència. El factor de certesa de les regles es calcula a *MYCIN* amb la següent expressió:

$$FC(C, A) = \begin{cases} \frac{P(C/A) - P(C)}{1 - P(C)} & \text{si } P(C/A) \geq P(C) \\ \frac{P(C) - P(C/A)}{P(C)} & \text{si } P(C/A) < P(C) \end{cases}$$

on $P(C/A)$ és la probabilitat condicionada de que es compleixi el conseqüent de la regla suposant que es compleix l'antecedent, i $P(C)$ és la probabilitat a priori de que es compleixi el conseqüent.

Les propietats immediates que es deriven són:

- $-1 \leq FC(C, A) \leq 1$
- $FC(-C, A) = -FC(C, A)$

Els factors de certesa en expressions conjuntives i disjuntives es calcularà de la següent manera, si tenim

Fet: <A> amb $FC=M$
Fet: amb $FC=N$

aleshores, tindrem que

$$FC(A \wedge B) = \min\{M, N\}$$

$$FC(A \vee B) = \max\{M, N\}$$

1.1.1 Propagació de la incertesa

Un cop hem assignat la certesa a regles i fets anem a definir el Modus Ponens amb factor de certesa:

Regla: Si <A> llavors <C> amb $FC=X$
Fet: <A> amb $FC=Y$

Conclusió: <C> amb $FC=X \times Y$

Després d'aplicar aquest Modus Ponens a totes les regles, haurem de seleccionar la conclusió amb un grau de certesa major.

Tot seguit veurem un exemple de l'aplicació dels factors de certesa en una base de regles per al diagnosi en medicina:

| | | |
|-----------------------------------|------------|-------------------------------------|
| simptoma(pols-rapid) | \wedge | |
| simptoma(dolor-pit) | \wedge | |
| simptoma(cara-pàl.lida) | \wedge | |
| simptoma(estar-suant) | \implies | diagnosi(atac-de-cor) amb FC=0.7 |
| simptoma(cara-vermella) | \wedge | |
| simptoma(respiració-profunda) | \wedge | |
| simptoma(parla-confusa) | \wedge | |
| simptoma(paralitzacio-costat-cos) | \implies | diagnosi(crisi-cardiaca) amb FC=0.8 |
| simptoma(cara-vermella) | \wedge | |
| simptoma(respiracio-profunda) | \wedge | |
| simptoma(parla-confusa) | \implies | diagnosi(embriaguesa) amb FC=0.6 |
| simptoma(cara-vermella) | \wedge | |
| simptoma(convulsions) | \implies | diagnosi(atac-epilepsia) amb FC=0.7 |
| simptoma(cara-vermella) | \wedge | |
| (simptoma(cor-parat) | \vee | |
| simptoma(no-respira)) | \implies | diagnosi(embriaguesa) amb FC=0.6 |
| diagnosi(asfixia) | \wedge | |
| localitzacio(prop-d'aigua) | \implies | diagnosi(ofegat) amb FC=0.8 |
| diagnosi(asfixia) | \wedge | |
| localitzacio(laboratori) | \implies | diagnosi(enverinat) amb FC=0.9 |
| simptoma(respiracio-dificultosa) | \vee | |
| simptoma(parla-confusa) | \vee | |
| simptoma(convulsions) | \implies | diagnosi(enverinat) amb FC=0.6 |

Suposem que a l'arribada d'un pacient el metge anota les següents evidències amb el seu factor de certesa corresponent:

simptom(a)pols-rapid) amb FC=0.8
 simptom(a)dolor-pit) amb FC=0.5
 simptom(a)cara-pàl.lida) amb FC=0.3
 simptom(a)estar-suant) amb FC=0.6
 simptom(a)cara-vermella) amb FC=0.7
 simptom(a)respiració-profunda) amb FC=0.2
 simptom(a)parla-confusa) amb FC=0.5
 simptom(a)paralitzacio-costat-cos) amb FC=0.5
 simptom(a)convulsions) amb FC=0
 simptom(a)cor-parat) amb FC=0

simptoma(no-respira) amb FC=0.1
 localitzacio(prop-d'aigua) amb FC=0
 localitzacio(laboratori) amb FC=1
 simptoma(respiracio-dificultosa) amb FC=0.6

Si apliquem un encadenament endavant sobre totes les regles propagant els factors de certesa, aleshores tindrem el següent resultats en el raonament:

diagnosi(enverinat) amb FC=0.36
 diagnosi(atac-cor) amb FC=0.21
 diagnosi(crisi-cardiaca) amb FC=0.16
 diagnosi(embriaguesa) amb FC=0.12
 diagnosi(asfixia) amb FC=0.06
 diagnosi(enverinat) amb FC=0.054
 diagnosi(ofegat) amb FC=0.0
 diagnosi(atac-epilepsia) amb FC=0.0

Tots aquests conseqüents han estat ordenats segons el seu factor de certesa, de tal manera que se suposa que el diagnòstic més probable és el que té un major grau de certesa.

De totes maneres, i en aquestes conclusions es pot veure un dels problemes associats a l'ús de factors de certesa, i és que podem tenir conclusions contradictòries com és en aquest cas en el diagnòstic de l'enverinament:

diagnosi(enverinat) amb FC=0.36
 diagnosi(enverinat) amb FC=0.054

Per un costat el primer l'enverinament apareix com el diagnòstic més probable de tots i per altra banda apareix com un dels menys probables.

En els següents apartats veurem dues aproximacions en les que aquests tipus de problemes no són tan freqüents degut a la solidesa del model en que es fonamenten.

1.2 Incertesa amb probabilitats

Abans de definir la incertesa i la propagació d'aquesta, anem a recordar algunes nocions bàsiques sobre probabilitat:

- $P(A)$: Probabilitat incondicional de que es compleixi A o probabilitat a priori. Normalment es calcula amb la següent expressió:

$$P(A) = \frac{\text{Nombre de casos en que es compleix } A}{\text{Nombre de casos totals}}$$

- Propietat de la probabilitat a priori: $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(A/B)$: Probabilitat condicional de que es compleixi A donat que B es compleix.
- Propietat del producte:

$$P(A/B) = \frac{P(A \wedge B)}{P(B)}$$

- Propietat de la disjunció: $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$.
- Regla de Bayes:

$$P(A/B) = \frac{P(B/A)P(A)}{P(B)}$$

1.2.1 Propagació de la incertesa

La propagació de la incertesa amb probabilitats consisteix en el càlcul de la probabilitat condicionada de la conclusió donat l'antecedent:

| |
|---|
| Regla: Si <A> llavors <C> amb $P(A/C)$ i $P(C)$ |
| Fet: <A> amb $P(A)$ |
| Conclusió: <C> amb $P(C/A)$ |

Per tant la probabilitat de la conclusió vindrà donada per la regla de Bayes:

$$P(C/A) = \frac{P(A/C)P(C)}{P(A)}$$

Per tant, si es coneixen els valors de $P(A/C)$, $P(C)$ i $P(A)$, aleshores la propagació de la certesa és immediata.

Exemple: Anem a veure un exemple per a la diagnosi d'un pacient:

Regla: Si <RC> llavors <M>

on RC: Pacient te rigidesa al coll, i M: Pacient te meningitis.

Suposem que sabem que $P(RC/M) = \frac{1}{2}$, la probabilitat d'un símptoma donada una malaltia és una dada normalment coneguda. És fàcil tenir estadístiques d'aquest estil a partir dels historials de molts pacients.

Suposem que sabem que $P(M) = \frac{1}{50000}$, la probabilitat de tenir una malaltia en una població és també normal que es conegui estadísticament.

Suposem que sabem que $P(RC) = \frac{1}{20}$, la probabilitat de tenir un determinat símptoma no és tan habitual que sigui conegut, ja que els mateixos símptomes poden ser compartits per moltes malalties i no ser essencials en totes.

En aquest cas la certesa de la conclusió es pot calcular molt fàcilment ja que es coneixen totes les probabilitats necessàries per aplicar le teorema de Bayes. Així doncs, la probabilitat de que un pacient tingui meningitis donat que te rigidesa al coll, té un grau de certesa de:

$$P(M/RC) = \frac{P(RC/M)P(M)}{P(RC)} = \frac{1/2 \times 1/50000}{1/20} = \frac{1}{5000} = 0.0002$$

A l'exemple anterior hem calculat fàcilment la probabilitat de la conclusió perquè tot era conegut. Ara bé, és bastant habitual que no es coneguin les probabilitats a priori dels antecedents.

Probabilitats relatives

Si hem de calcular la certesa de dues conclusions amb el mateix antecedent, i la

probabilitat a priori de l'antecedent és desconeguda, aleshores podem prescindir de les probabilitats a priori i donar les probabilitats relatives, això és, si tenim

Regla1: Si $\langle A \rangle$ llavors $\langle C1 \rangle$

Regla2: Si $\langle A \rangle$ llavors $\langle C2 \rangle$

Aleshores,

$$P(C1/A) = \frac{P(A/C1)P(C1)}{P(A)}$$

$$P(C2/A) = \frac{P(A/C2)P(C2)}{P(A)}$$

Com que desconeixem la probabilitat de l'antecedent, $P(A)$, aleshores podem comparar aquestes dues probabilitats condicionades, i obtenim:

$$\frac{P(C1/A)}{P(C2/A)} = \frac{P(A/C1)P(C1)}{P(A/C2)P(C2)} = \frac{\alpha}{\beta}$$

que ens permet deduir que la conclusió $C1$ és $\frac{\alpha}{\beta}$ vegades més probable que la conclusió $C2$.

Exemple: Si tornem a l'exemple que ja hem iniciat abans:

Regla 1: Si $\langle RC \rangle$ llavors $\langle M \rangle$

Regla 2: Si $\langle RC \rangle$ llavors $\langle TC \rangle$

on TC : Pacient te traumatisme cervical, i suposem que com abans, $P(RC/M) = \frac{1}{2}$ i que $P(M) = \frac{1}{50000}$, i hi afegim el fet que $P(RC/TC) = \frac{8}{10}$ i que $P(TC) = \frac{1}{1000}$, i suposem desconeguda la $P(RC)$, aleshores, tenim que:

$$\frac{P(M/RC)}{P(TC/RC)} = \frac{P(RC/M)P(M)}{P(RC/TC)P(TC)} = \frac{0.5 \times \frac{1}{50000}}{0.8 \times \frac{1}{1000}} = \frac{1}{80}$$

Per tant, això ens permet deduir que és 80 vegades més probable tenir traumatisme cervical que no pas tenir meningitis.

Normalització de les conclusions L'extensió del fet de relativitzar a un conjunt conegut de possibles conseqüents, ens pot permetre aproximar les probabilitats a priori dels antecedents.

La normalització es basa en l'ús de les probabilitats dels fets complementaris:

$$P(C/A) = \frac{P(A/C)P(C)}{P(A)}$$

$$P(\neg C/A) = \frac{P(A/\neg C)P(\neg C)}{P(A)}$$

per a les que sabem que s'ha de complir que

$$P(C/A) + P(\neg C/A) = 1$$

i això ens permet deduir que

$$P(A) = P(A/C)P(C) + P(A/\neg C)P(\neg C)$$

d'aquesta manera estem substituint el càlcul de $P(A)$ pel càlcul de $P(A/\neg C)$.

Si tot i així no coneixem $P(A/\neg C)$, aleshores podem aproximar $P(A)$, si coneixem la resta de conseqüents que volem considerar en tot el raonament.

Si assumim que totes les possibles conclusions que podem tenir donat **A** són **C1**, **C2**, ..., **Ck**, aleshores podem aproximar $P(A)$ de la següent manera:

$$P(C_1/A) = \frac{P(A/C_1)P(C_1)}{P(A)}$$

$$P(C_2/A) = \frac{P(A/C_2)P(C_2)}{P(A)}$$

$$\dots$$

$$P(C_k/A) = \frac{P(A/C_k)P(C_k)}{P(A)}$$

Aleshores, si **C1**, **C2**, ..., **Ck** representen el conjunt de totes les possibles malalties, s'ha de complir que:

$$\sum_{i=1}^k P(C_i/A) = 1$$

això implica que

$$\frac{\sum_{i=1}^k P(A/C_i)P(C_i)}{P(A)} = 1$$

com que $\sum_{i=1}^k P(A/C_i)P(C_i)$ és conegut i suposem que igual a α llavors podem aproximar $P(A)$ per un factor de normalització:

$$P(A) = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k P(A/C_i)P(C_i)}$$

i per tant:

$$P(C_i/A) = \alpha P(A/C_i)P(C_i)$$

Combinació de les evidències

Fins ara hem suposat que en els antecedents de les regles només hi teníem un fet, si volem considerar que l'antecedent és una conjunció de fets aleshores necessitarem definir la probabilitat condicionada de la conclusió donada la conjunció dels dos antecedents, és a dir, si tenim les següents regles:

Regla1: Si $\langle A \rangle$ llavors $\langle C \rangle$

Regla2: Si $\langle B \rangle$ llavors $\langle C \rangle$

Regla3: Si $\langle A \wedge B \rangle$ llavors $\langle C \rangle$

hem vist a l'apartat anterior que podem calcular $P(C/A)$ i $P(C/B)$, per tant si suposem aquests coneguts ara l'objectiu és conèixer $P(C/A \wedge B)$, anem a veure com es pot calcular.

Per la regla de Bayes tenim que

$$P(C/A \wedge B) = \frac{P(A \wedge B/C)P(C)}{P(A \wedge B)}$$

Si considerem que

$$P(A \wedge B/C) = P(A/B \wedge C)P(B/C)$$

la demostració d'aquesta igualtat es pot obtenir aplicant la propietat del producte i la regla de Bayes:

$$\begin{aligned} P(A \wedge B/C) &= \frac{P(A \wedge B \wedge C)}{P(C)} = \frac{P(A/B \wedge C)P(B \wedge C)}{P(C)} \\ &= \frac{P(A/B \wedge C)P(B/C)P(C)}{P(C)} = P(A/B \wedge C)P(B/C) \end{aligned}$$

Aleshores,

$$P(C/A \wedge B) = \frac{P(A/B \wedge C)P(B/C)P(C)}{P(A)P(B/A)}$$

Si suposem independència incondicional entre els antecedents de les regles, aleshores podem dir que

$$P(A/B \wedge C) = P(A/C)$$

$$P(B/A) = P(B)$$

Aleshores, queda

$$P(C/A \wedge B) = \frac{P(A/C)P(B/C)P(C)}{P(A)P(B)}$$

que aplicant el mateix procés de normalització vist a l'apartat anterior tenim que:

$$P(C/A \wedge B) = \alpha P(C)P(A/C)P(B/C)$$

on $\alpha = 1/P(A)P(B)$.

Anem ara a veure un exemple que propagui la certesa i combini les evidències amb el model probabilístic que acabem de definir.

Exemple: Suposem una base de regles que es basa en un conjunt limitat d'antecedents i de conseqüents que són els següents:

| Antecedents/Síntomes: | Conseqüents/Malalties |
|--------------------------------------|--------------------------------|
| F: El pacient te Febre | T: El pacient te el tifus |
| E: El pacient te Erupcions a la pell | X: El pacient te el xarampió |
| D: El pacient te Dolor generalitzat | V: El pacient te la varicel.la |

i suposem que coneixem les probabilitats a priori de totes aquestes malalties, $P(T) = 0.2$, $P(X) = 0.5$ i $P(V) = 0.3$ i la base de regles és:

| | | |
|---------|--|--|
| Regla1: | Si $\langle F \wedge D \rangle$ llavors $\langle T \rangle$ amb | $P(F/T) = 0.9$ $P(D/T) = 0.6$ |
| Regla2: | Si $\langle F \wedge E \wedge D \rangle$ llavors $\langle X \rangle$ amb | $P(F/X) = 0.8$ $P(E/X) = 0.7$ $P(D/X) = 0.8$ |
| Regla3: | Si $\langle F \wedge E \wedge D \rangle$ llavors $\langle V \rangle$ amb | $P(F/V) = 0.6$ $P(E/V) = 0.9$ $P(D/V) = 0.8$ |

Aleshores les probabilitats condicionades de les conclusions són:

$$P(T/F, D) = \alpha P(T)P(F/T)P(D/T) = \alpha \times 0.2 \times 0.9 \times 0.6 = 0.108\alpha$$

$$P(X/F, E, D) = \alpha P(X)P(F/X)P(E/X)P(D/X) = \alpha \times 0.5 \times 0.8 \times 0.7 \times 0.8 = 0.189\alpha$$

$$P(V/F, E, D) = \alpha P(V)P(F/V)P(E/V)P(D/V) = \alpha \times 0.3 \times 0.6 \times 0.9 \times 0.8 = 0.134\alpha$$

Si volem calcular el valor de la α aleshores hem de seguir el procés de normalització:

$$1 = 0.108\alpha + 0.189\alpha + 0.134\alpha$$

per tant,

$$\alpha = \frac{1}{0.108 + 0.189 + 0.134} = \frac{1}{0.431}$$

i

$$P(T/F, D) = 0.108\alpha = 0.2505$$

$$P(X/F, E, D) = 0.189\alpha = 0.4385$$

$$P(V/F, E, D) = 0.134\alpha = 0.3109$$

per tant el diagnòstic més probable és el de xarampió seguit de varicel·la i finalment el de tifus.

1.3 Incertesa amb conjunts difusos

Moltes vegades la incertesa del coneixement és el resultat de la vaguetat o imprecisió del coneixement. La teoria dels conjunts difusos dona una metodologia general pel tractament de la vaguetat.

En teoria bàsica de conjunts diem que:

$$x \in A \quad \text{Si } x \text{ és un element d}'A.$$

$$x \notin A \quad \text{Si } x \text{ no és un element d}'A.$$

En teoria de conjunts difusos el grau de pertinença d'un element a un conjunt es pot definir amb una funció qualsevol entre el domini d'aquest conjunt i l'interval $[0, 1]$,

$$\mu_A(x) : \text{Domini}_A \longrightarrow [0, 1]$$

així doncs, el valor $\mu_A(x)$ representa el grau de pertinença de l'element x al conjunt difús A .

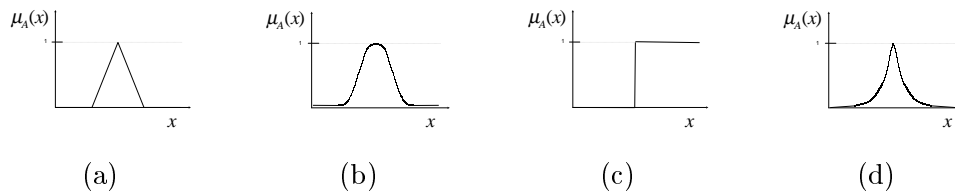


Figura 1.1: Exemples de funcions de pertinença a conjunts de difusos

Un conjunt de la teoria bàsica de conjunts es pot representar amb un conjunt difús amb la següent funció:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x \in A \\ 0 & \text{Si } x \notin A \end{cases}$$

Altres funcions de pertinença poden ser les que veiem a la figura 1.1. Aquestes funcions poden representar el significat de termes o conceptes del llenguatge natural, com és en el cas de les funcions de la figura 1.2, en aquest cas cada un dels conjunt difusos representa la seva pertinença en funció del valor de temperatura.

Si el que pretenem és representar la certesa de certes afirmacions fent servir els conjunts difusos anem a veure com es pot fer.

Suposem que tenim el conjunt difús que representa la pertinença al conjunt de les persones altes tal com es pot veure a la figura 1.3.(a). Per altra banda suposem que tenim l'evidència de que una persona fa $1.75m$ d'alçada, que ho representàrem amb el conjunt difús de la figura 1.3.(b). Si suposem que la certesa de la intersecció de dos fets ve donada per la intersecció dels seus conjunts difusos, aleshores tenim:

$$(A \cap B)(x) = \min(A(x), B(x))$$

que en el cas de la unió de dos fets vindrà donada per:

$$(A \cup B)(x) = \max(A(x), B(x))$$

Si continuem amb el mateix exemple aleshores podem dir que la certesa de que una persona sigui alta tenint en compte que fa $1.75m$ la podem calcular amb la intersecció dels conjunts difusos corresponents tal com es pot veure a la figura 1.3.(c), que ens permet concloure que la certesa de

$$X \text{ es alt} \wedge X \text{ fa } 1,75m$$

ve representada pel conjunt difús que és la intersecció dels dos conjunts difusos.

Vist això anem a veure com podem calcular la certesa d'un antecedent d'una regla per a poder després passar a la propagació de la certesa amb el Modus Ponens, suposem la següent regla i una evidència sobre l'antecedent:

Regla: Si $\langle X \text{ es } A \rangle$ llavors $\langle Y \text{ es } B \rangle$
 Fet: $\langle X \text{ es } A' \rangle$

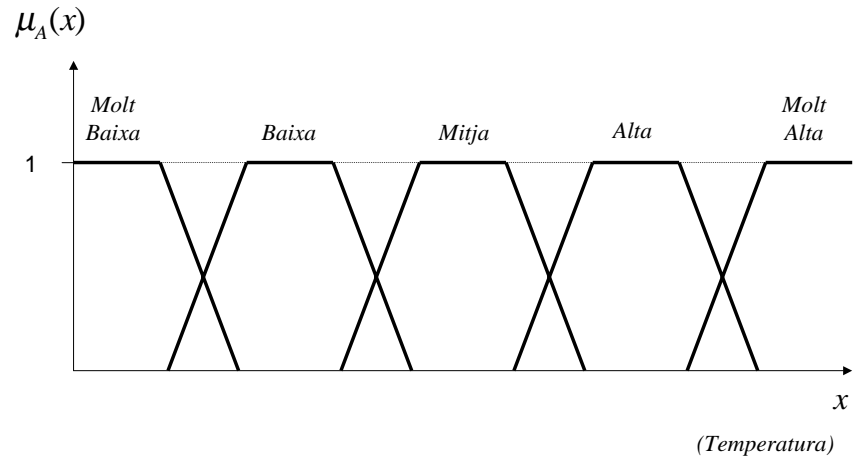
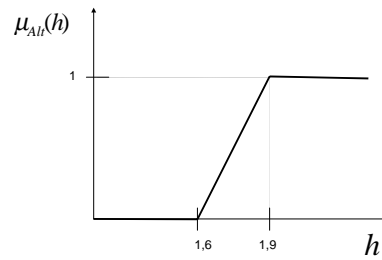
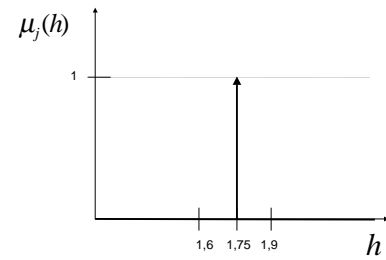


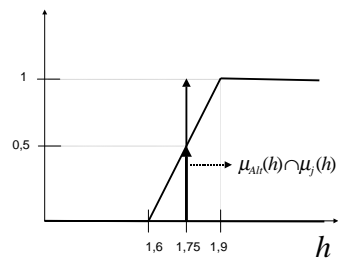
Figura 1.2: Representació d'alguns adjectius i qualificadors del llenguatge natural.



(a)



(b)



(c)

Figura 1.3: (a) Conjunt difús de les persones altes. (b) Evidència sobre l'alçada d'una persona. (c) Intersecció de dos conjunts difusos

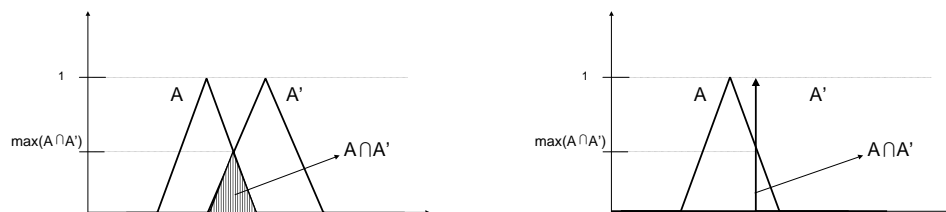


Figura 1.4: Càlcul de la certesa d'un antecedent a partir dels conjunts difusos de l'antecedent i de l'evidència.

Aleshores tenim que A , B i A' , representen els conjunts difusos de l'antecedent, el conseqüent i de l'evidència. La certesa de la satisfacció de l'antecedent es calcularà com:

$$\max(A \cap A')$$

De tal manera que la certesa d'aquesta satisfacció vindrà donada pel valor màxim de la intersecció d'aquests conjunts difusos.

A la figura 1.4 podem veure dos exemples del càlcul de la certesa d'un antecedent a partir de diferents formes de conjunts difusos.

Si l'antecedent està compost per dos conjunts difusos, com ara:

Regla: Si $\langle X \text{ es } A \rangle \wedge \langle Y \text{ es } B \rangle$ llavors $\langle Z \text{ es } C \rangle$

Fet 1: $\langle X \text{ es } A' \rangle$

Fet 2: $\langle Y \text{ es } B' \rangle$

Aleshores calcularem la certesa de l'antecedent com:

$$\min\{\max(A \cap A'), \max(B \cap B')\}$$

1.3.1 Propagació de la incertesa

Un cop hem vist com es calcula la certesa d'un antecedent aleshores podem veure com es propaga la certesa d'aquest antecedent cap al conseqüent de la regla. Donada la següent regla:

Regla: Si $\langle X \text{ es } A \rangle$ llavors $\langle Y \text{ es } B \rangle$

Fet: $\langle X \text{ es } A' \rangle$

Conclusió: $\langle Y \text{ es } B' \rangle$

volem conèixer qui és B' , donats A , A' i B , i aquest es calcula com:

$$B'(y) = \min\{\alpha, B(y)\} \quad \forall y \in D_B$$

on α representa la certesa de l'antecedent i D_B representa el domini del conjunt difús B .

A la figura 1.5 podem veure alguns exemples de com es propaga la incertesa de l'antecedent cap al conjunt difús B que representa la certesa de la conclusió.

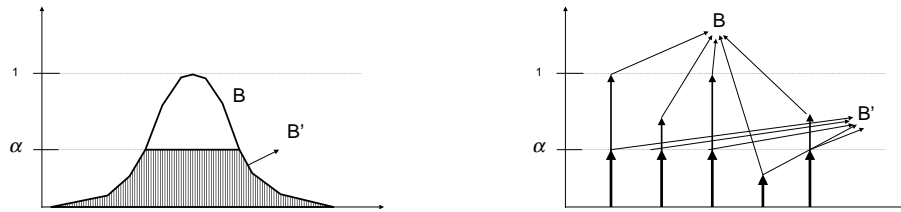


Figura 1.5: Càlcul del conjunt difús d'una conclusió.

Després de propagar la certesa en una regla cal veure com es pot combinar la certesa dels mateixos fets deduïts des de regles diferents. Suposem que tenim les següents regles i conclusions:

Regla 1: Si $\langle X \text{ es } A1 \rangle \wedge \langle Y \text{ es } B1 \rangle$ llavors $\langle Z \text{ es } C1 \rangle$

Regla 2: Si $\langle X \text{ es } A2 \rangle \wedge \langle Y \text{ es } B2 \rangle$ llavors $\langle Z \text{ es } C2 \rangle$

Conclusio 1: $\langle Z \text{ es } C1' \rangle$

Conclusio 2: $\langle Z \text{ es } C2' \rangle$

aleshores la conclusió global sobre Z vindrà donada per:

$$C1' \cup C2'$$

la unió és la manera més habitual de combinar els conjunts difusos de totes les conclusions.

1.3.2 Nitidificació En molts de problemes el fet de donar una conclusió amb un conjunt difús associat sobre la seva certesa no ens aporta molt, i aleshores necessitem un número que representi la certesa d'aquesta conclusió. El pas d'un conjunt difús a un valor de certesa s'anomena nitidificació o en anglès, *defuzzification*.

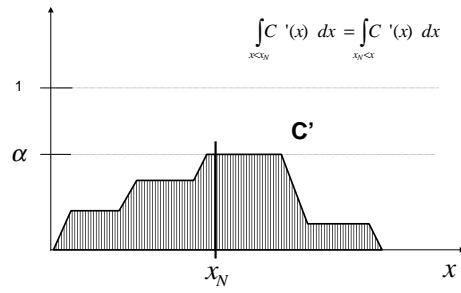
S'han definit molts de mètodes diferents per dur a terme la nitidificació.

Centre de l'àrea Correspon al valor del domini que fa que es parteixi en dos l'àrea total del conjunt.

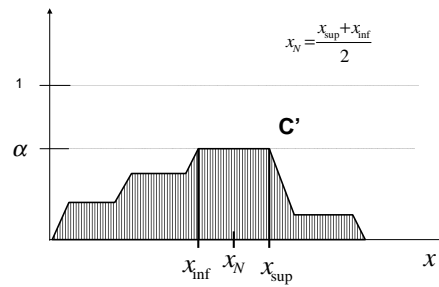
Centre del màxim Correspon al punt mig de la part del domini que correspon al màxim principal.

Mitjana del màxim Correspon a la mitjana de tots els punts del domini que corresponen al màxim principal.

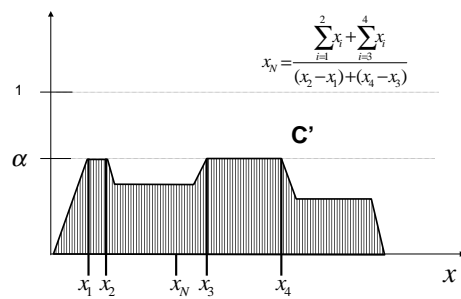
Podem veure una il·lustració d'aquests tres mètodes a la figura 1.6.



(a)



(b)



(c)

Figura 1.6: Diferents mètodes per a la nitidificació. (a) Centre de làrea. (b) Centre del màxim. (c) Mitjana del màxim.